隠された情報の下での双務的契約締結

小　平　　裕

1.　２つのタイプの場合
1.1　完全情報の下の完全価格差別
1.2　不完全情報
1.2.1　線形価格付け
1.2.2　タイプに依らない二部料金制
1.3　非線形価格付け
2.　枠組みの拡張
2.1　３つ以上のタイプの場合
2.2　確率的な契約
3.　まとめ
参照文献

隠された情報の下での契約締結 contracting under hidden information という一般的な問題のうち，本稿では情報を持たない当事者 uninformed party により設計される最適契約問題（逆選択）に焦点を合わせて考察する。これはこれ迄，ミクロ経済学（例えば，Mas-Colell, Whinston, and Green (1995)）や契約理論 (Salanie (1997), Laffont and Martimont (2002)) において誘因と情報の問題として取り上げられてきたが，ここでは論点を整理しながら，もう少し詳しく検討したい。

具体的には，１人のプリンシパルが１人のエイジェントと契約を締結する双務的 bilateral な契約締結状況を取り上げ，エイジェントの「タイプ」，すなわちエイジェントの選好あるいは固有の生産性に関する情報がエイジェントの私的情報であり，プリンシパルは知らない場合に注目する。第１節では，エイジェントの可能なタイプが２つだけである場合を考察する。

問題の解法は，自分の製品について未知の評価を持つ買い手に対して独占的売り手が行う非線形価格付けの問題と同様である。第 2 節では，エイジェントのタイプが 3 つ以上の場合に分析を拡張する。結果として，得られる主要な知見の殆どは第 1 節の可能なタイプが 2 つという想定の下で導出されることが判明し，2 つのタイプの想定はそれ程，限定的な特殊な想定ではないことが明らかにされる。

1.　2 つのタイプの場合

逆選択は以下のような状況において自然に生じる (Mussa and Rosen (1978), Maskin and Riley (1984a))。すなわち，1 人の売り手と 1 人の買い手の間である財が取引される。ただし，買い手が当該財に幾ら迄支払おうとしているかを，売り手は完全には知らない。売り手が取引の条件（契約）を設定するとしよう（情報を持たない当事者により設計される契約設計問題)。

買い手の選好は，一般的には，効用関数

$$(1.1)\qquad u(q,T,\theta)=\int_0^q D^{-1}(x,\theta)dx-T$$

により表される。ここで，q は購入単位数，T は買い手の支払い額（＝売り手の受取額）であり，$D^{-1}(x,\theta)$ はタイプ θ の買い手の逆需要関数を表す。本稿では，(1.1) の関数形を特定化して，

$$(1.2)\qquad u(q,T,\theta)=\theta v(q)-T$$

と想定する。ただし，$v(0)=0$ であり，また全ての q に対して，$v'(q)>0$，$v''(q)<0$ であると仮定する（関数 v の凹性)。タイプ θ は買い手の私的情報であり，売り手は θ の分布 $F(\theta)$ だけを知っている。

生産の固定費用を 0，1 単位当たりの可変費用を $c>0$ とすると，q 単位を販売して，総額 T を受け取ることからの売り手の利潤は，

(1.3) $$\pi = T - cq$$

により与えられる。

ここで興味を引く設問は，売り手が買い手に選択させることができる最善契約，すなわち利潤 (1.3) を最大化する対 (T, q) を求めることである。この設問に対する答えは，売り手が持つ買い手のタイプに関する情報に依存する。以下では，可能なタイプの数が 2 つの場合と 3 つ以上の場合に分けて検討する。本節では，買い手のタイプが 2 つしかない場合，すなわち，$\theta \in \{\theta_L, \theta_H\}$ である（ただし，$\theta_H > \theta_L$）場合を取り上げる。買い手のタイプは買い手の私的情報であり，売り手にとっては未知の情報である。売り手は，買い手が確率 $\beta \in [0, 1]$ でタイプ θ_L であり，確率 $(1 - \beta)$ でタイプ θ_H であると考えている[1)]。

1.1　完全情報の下の完全価格差別

第 1.2 節以降の分析と比較するために，本小節では完全情報を想定する。すなわち，売り手が買い手のタイプを知っているこの場合には，売り手は各タイプの買い手を別々に取り扱い，買い手にタイプ毎に固有の契約，すなわちタイプ $\theta_i, i = H, L$ の買い手には契約 (T_i, q_i) を申し出ることができる。売り手は自分の利潤を最大化するように最適契約を設計するが，自分が提案した契約を買い手が自発的に受諾することが制約となる。この制約は，買い手の個別合理性制約 individual rationality constraint あるいは参加制約 participation constraint と呼ばれる。買い手は，もし売り手の申し出を受諾しなければ，$\overline{u}$ という利得を獲得すると仮定すると，売り手の問題は次のように表される。

(1.4) $$\max_{T_i, q_i} T_i - cq_i$$

1)　確率 β をタイプ θ_L の消費者の割合と解釈することもできる。

$$\text{subject to } \theta_i v(q_i) - T_i \geq \overline{u}$$

最大化問題 (1.4) の解は，以下を満たす契約 $(\tilde{T}_i, \tilde{q}_i)$ になる。すなわち，

(1.5)　$$\theta_i v'(\tilde{q}_i) = c$$

(1.6)　$$\theta_i v(\tilde{q}_i) = \tilde{T}_i - \overline{u}$$

情報が完全であり逆選択が生じない場合には，売り手は買い手のタイプを識別できるので，買い手のタイプ毎に異なる価格を課す完全価格差別が可能になる。具体的には，売り手は買い手に限界効用が限界費用に等しくなるような数量を選択させ，買い手を留保効用 $\overline{u}$ に留めるように支払い額を設定することによって，自分の総利潤を最大化することができる[2)]。

$\overline{u}$ を 0 に正規化すると，逆選択がない場合の売り手の総利潤は，

(1.7)　$$\beta(T_L - cq_L) + (1-\beta)(T_H - cq_H)$$

となり，2 つのタイプの買い手に対する個別合理性制約の下で利潤 (1.7) を最大化する契約が求める最適契約となる。例えば，タイプ i の買い手は固定料金 $\theta_i v(\tilde{q}_i) - c\tilde{q}_i$ を支払えば，自分が欲するだけの当該財を単位価格 c で購入可能であるという買い手のタイプ別の二部料金制は，この最適契約の条件を満足する。

しかし，タイプ毎の二部料金制が利用できるのは，買い手のタイプに関する情報が完全であり，売り手が買い手のタイプを識別できるので，逆選択が生じない場合に限られる。逆選択が存在する不完全情報の場合には，この仕組みは利用できない。

2) 留保効用水準 $\overline{u}$ を内生的に決定することも可能であるが，本稿では $\overline{u}$ を外生的に与えられるものとして取り扱う。

1.2　不完全情報

情報が不完全である場合には，売り手は買い手のタイプを観察できない。この場合には，売り手は買い手に対してタイプ毎に異なる契約を申し出ることはできず，タイプが違っても全ての買い手に同じ契約を申し出なければならなくなる。本稿では，以下の2つの単純な契約に注目する。

1.2.1　線形価格付け

最も単純な契約は，売り手の契約が価格 p だけを特定する線形価格付けである。この契約の下では，買い手の効用 (1.2) は，

(1.8)　$$\theta_i v(q) - pq$$

と表される。ただし，$i = L, H$ である。買い手は (1.8) を最大化するような q を選択する。

(1.8) を最大化するための1階の条件

(1.9)　$$\theta_i v'(q) = p$$

から，各タイプの需要関数

(1.10)　$$q_i = D_i(p)$$

が導出される[3)]。このとき，買い手の純余剰は，

(1.11)　$$S_i(p) = \theta_i v[D_i(p)] - pD_i(p)$$

と表される。ここで，市場需要と総余剰を

(1.12)　$$D(p) \equiv \beta D_L(p) + (1-\beta)D_H(p)$$

(1.13)　$$S(p) \equiv \beta S_L(p) + (1-\beta)S_H(p)$$

3)　需要関数が一意に決定することは，関数 v の凹性により保証される。

と表そう。

線形価格付けを行う売り手の問題は，独占価格付け問題

$$\max_p (p - c)D(p) \tag{1.14}$$

として定式化され，この問題の解となる独占価格 p_m は，

$$p_m = c - \frac{D(p)}{D'(p)} \tag{1.15}$$

により与えられる。$D'(\cdot) < 0$ であるので，売り手は限界費用 c を上回る価格を設定することによってのみ，正の利潤を得ることができる。また，$S(\cdot) > 0$ であるので，買い手には正の準地代があり，$\theta_i v'(q) = p > c$ が成立する。$\beta, \theta_L, \theta_H$ の値によっては，タイプ θ_H の買い手だけと取引することが売り手にとって最適になる可能性があるが，以下では両タイプの買い手と取引すると仮定して，分析を進める。

売り手は線形価格付けを止めることにより，利潤を増やすことができるかどうかを検討しよう。もし買い手達が 2 次市場において取引しても，鞘取り利潤を得ることができない場合に限り，売り手は線形価格付けを止めて，利潤を増やすことができる。と言うのは，鞘取り取引に費用が掛からないとすれば，買い手達は最小平均価格で購入するが，自分達は購入したもの全部を消費することはせずに，一部を 2 次市場で再販することにより，買い手達は利潤を獲得することができるからである。よって，線形価格付けのみが可能である。

1.2.2　タイプに依らない二部料金制

本小節では，買い手は 1 人だけであり，β は確率測度であるという解釈に基づいて検討する。この解釈の場合には，買い手が利用できる鞘取りの機会は存在しない。したがって，タイプに依らない単一の二部料金制 (Z, p) を採用すれば，売り手は利潤を線形価格付けの場合よりも増やすこ

とができる。ここに，p は単位価格であり，Z は固定料金である。

先ず，売り手が設定する固定料金の最小値は，任意の与えられた価格 p に対して，$Z = S_L(p)$ により与えられることに注意せよ[4)]。$\theta_H > \theta_L$ であるから，二部料金制 $T(p) = S_L(p) + pq$ の下では，タイプ θ_H の買い手は常に正の数量 q を購入しようとする。もし売り手が両タイプの顧客と取引すると決定し，$Z = S_L(p)$ と設定するならば，売り手はまた，

$$\text{(1.16)} \qquad \max_p S_L(p) + (p - c)D(p)$$

を最大化するように p を選択する。この取決めの下での p の解は，(1.16) の 1 階の条件

$$S_L'(p) + D(p) + (p - c)D'(p) = 0$$

から求められ，

$$\text{(1.17)} \qquad p = c - \frac{D(p) + S_L'(p)}{D'(p)}$$

と表される。ここで，包絡線定理により，$S_L'(p) = -D_L(p)$ であり，したがって (1.17) の右辺第 2 項の分子 $D(p) + S_L'(p)$ は厳密に正である。また，分母 $D'(p) < 0$ であるので，$p > c$ であることが分かる。つまり，もし売り手が両タイプの顧客と取引すると決定（し，そのために $Z = S_L(p)$ と設定）するならば，最善の結果は達成されず，最善の結果に比べて消費は過小になる[5)]。

この簡単な分析から引き出されるもう 1 つの結論は，（売り手は $Z = S_L(p_m)$ と設定することによって，常に利潤を増やすことができるので）売り手は

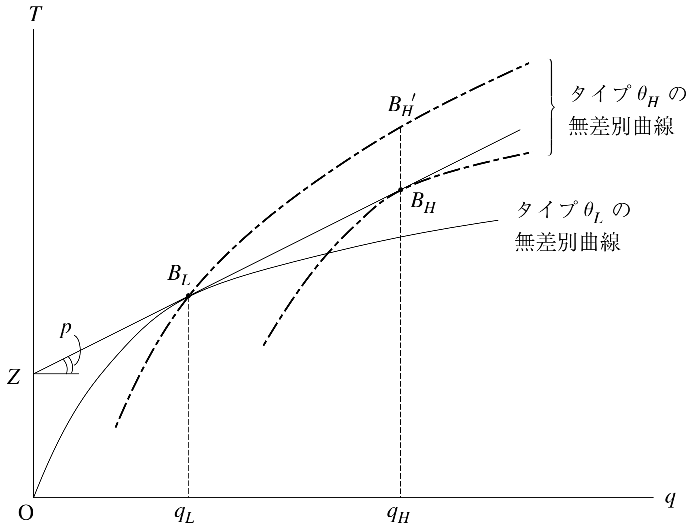
4）これは，タイプ θ_L の買い手が支払おうとする最大の固定料金である。

5）売り手がさらに高い固定料金を設定しても，あるいはタイプ θ_L の買い手を市場から締め出すような価格付けを選択しても，売り手は最善の結果を達成できない。いずれにしても，タイプに依らない二部料金制の下では，最善の結果は達成されない。

タイプに依らない二部料金制契約を最適線形価格付け契約よりも選好することである。また，独占価格を p_m，タイプに依らない二部料金制契約における限界価格を p_d，（最善の効率的な）競争価格を p_c と表すことにすると，

$$p_m > p_d > p_c = c \tag{1.18}$$

が成立することも分かる。この点を理解するために，p_m からの僅かな価格引き下げは，p_m の定義により，独占利潤 $(p_m - c)D(p_m)$ に対して負の二次効果を持つことに注意しよう。しかし，そのような価格引き下げは消費者余剰に正の一次効果を持つ。消費者余剰は価格引き下げに比例する大きさだけ増加する。正の一次効果が負の二次効果を上回り，それゆえに売り手が固定料金 $Z = S_L(p_m)$ を使って買い手の余剰を獲得できるときには，売り手は p_m 未満に価格を引き下げることにより利潤を増やすことができ



図：二部料金制

る。同様に，p_c からの僅かな価格引き上げは，p_c の定義により，利潤 $(p_c - c)D(p_c)$ に対して正の一次効果を持つが，余剰 $S(p_c)$ に対しては負の二次効果を持つ。

タイプに依らない二部料金制の解の重要な特徴は，タイプ θ_H の買い手は図の配分 B_H を B_L よりも厳密に選好することである。より一般的な契約 $C = [q, T(q)]$ を設定することにより，売り手はタイプ θ_L の買い手に同じ配分を申し出るが，タイプ θ_H の買い手には，例えば $B_H' \neq B_H$ という他の配分を申し出ることにより，厳密に良化することもこの図は示している。と言うのは，B_H' では，売り手は同じ消費に対してより高い移転 T を獲得する一方で，タイプ θ_H の買い手は B_L と B_H' の間で無差別であるからである。

1.3　非線形価格付け

第 1.2 小節では，最適な非線形価格付け契約は二部料金制ではないことが示された。本小節では，タイプに依らない二部料金制ではなくより一般的な非線形価格を申し出ることによって，売り手は一般的に利潤を増やせることを示そう。売り手は買い手のタイプを識別できないので，売り手は買い手のタイプに依存しない契約を買い手に申し出ることになる。他方，買い手は条件の異なる複数の契約提案の中から，自分の効用を最大化する契約をその中から選択する。一般性を失うことなく，この契約提案の集合を $[q, T(q)]$ と表そう。

このとき，売り手の解くべき問題は，

$$\max_{T(q)} \beta[T(q_L) - cq_L] + (1-\beta)[T(q_H) - cq_H] \tag{1.19}$$

$$\text{subject to} \quad q_i = \arg\max_q \theta_i v(q) - T(q)$$

$$\theta_i v(q_i) - T(q_i) \geq 0$$

と表される。ただし，$i = L, H$。最初の制約は誘因両立性制約 (IC) であり，後の制約は（$\overline{u} = 0$ と正規化したので）個別合理性制約 (IR) である。この問題はそれ自体が最適化問題に関わる制約の下で，契約提案集合 $[q, T(q)]$ の上での最適化に関わるので，解を求めることは自明ではないように見える。しかし，以下のように段階的に解けば，この問題を容易に解くことができる。

第 1 段階（顕示原理を適用する）

顕示原理により，$T(q)$ を 2 つのタイプの買い手による最適選択の対 $\{[T(q_L), q_L], [T(q_H), q_H]\}$ に制限することができる。これにより，誘因制約は大幅に簡単化される。ここで，$i = L, H$ に対して，$T(q_i) = T_i$ と定義すれば，問題 (1.19) は

(1.20) $$\max_{T_i\ ,\ q_i} \beta(T_L - cq_L) + (1-\beta)(T_H - cq_H)$$

subject to

(ICH) $$\theta_H v(q_H) - T_H \geq \theta_H v(q_L) - T_L$$

(ICL) $$\theta_L v(q_L) - T_L \geq \theta_L v(q_H) - T_H$$

(IRH) $$\theta_H v(q_H) - T_H \geq 0$$

(IRL) $$\theta_L v(q_L) - T_L \geq 0$$

と書き換えられる。つまり，売り手の制約は 2 つのタイプに対する誘因制約と個別合理性制約の合計 4 本になる。このうち，誘因制約 (ICi)（ただし，$i = L, H$）は，タイプ θ_i の買い手はもう一方のタイプの買い手の配分よりも，自分自身の配分を選好することを意味する。また，個別合理性制約 (IRi) は，タイプ θ_i の買い手が選択する配分は，この買い手に非負の効用を与えることを意味する。

このように，売り手の問題 (1.19) は大きく簡単化されて (1.20) となったが，以下ではこれらの制約の一部をさらに取り除くことを試みる。

第 2 段階（タイプ θ_H の個別合理性制約 (IRH) は最適では拘束的ではない[6)]）

タイプ θ_L の個別合理性制約 (IRL) とタイプ θ_H の誘因両立性制約 (ICH) が成立すれば，(IRH) は自動的に満足される。すなわち，

$$\theta_H v(q_H) - T_H \geq \theta_H v(q_L) - T_L \geq \theta_L v(q_L) - T_L \geq 0$$

ここで，2 番目の不等号は，$\theta_H > \theta_L$ という事実から成立する。

第 3 段階（緩められた問題を解く）

ここで，1 つの誘因制約を外して問題を緩めて，緩められた問題を解き，そしてその解が外した制約を実際には満足することを確認する。外す制約を選択するために，最善の問題を考えよう。最善では，両タイプの買い手は効率的消費を行い，また準地代=0 が成立している。すなわち，$\theta_i v'(\tilde{q}_i) = c$ かつ $\theta_i v(\tilde{q}_i) = \tilde{T}_i$ が成立する。タイプ θ_H の買い手は自分自身の最善配分よりも $(\tilde{q}_L, \tilde{T}_L)$ を選択するから，この結果は誘因両立的ではない。なぜなら，これはタイプ θ_H の買い手の消費を非効率的に制約する一方で，買い手が 0 という準地代ではなく，$(\theta_H - \theta_L)\tilde{q}_L$ に等しい厳密の正の余剰を受け取ることを可能にするからである。代わりに，タイプ θ_L の買い手は自分の消費を水準 $\tilde{q}_H$ まで高めても，効用が改善されないこと知る。なぜなら，消費を高めることは，タイプ θ_H の余剰を使い尽くす金額 $\tilde{T}_H$ を支払うことにつながるが，タイプ θ_L はこの消費 $\tilde{q}_H$ をタイプ θ_H より低く評価しているので，このような消費は効用を低下させるからである。

以上より，この第 3 段階では，制約 (ICL) を外す。最適ではただ 1 つの

6） 制約は等号で成立せず，厳密な不等号で成立する。

誘因制約が拘束的であるという事実は，Spence-Mirrlees の単交性条件

(1.21) $$\frac{\partial}{\partial\theta}\left[-\frac{\frac{\partial u}{\partial q}}{\frac{\partial u}{\partial T}}\right] > 0$$

により導出されることは注目に値する。単交性条件は，θ が大きくなるに連れて，消費の限界効用が（貨幣の限界効用に比べて）大きくなることを意味するから，θ が大きくなるに連れて，最適な消費水準は高くならなければならない。

第 4 段階（緩和された問題の残る 2 つの制約は，最適で拘束的である）

　問題 (1.20) は現在，次のように簡単化されている。

(1.22) $$\max_{T_i, q_i} \beta(T_L - cq_L) + (1-\beta)(T_H - cq_H)$$

subject to

(ICH) $$\theta_H v(q_H) - T_H \geq \theta_H v(q_L) - T_L$$

(IRL) $$\theta_L v(q_L) - T_L \geq 0$$

この問題 (1.22) で，制約 (ICH) は最適では拘束的になる。拘束的でなければ，制約 (ICH) が拘束的になるまで，売り手は制約 (IRL) に影響を与えずに，T_H を高めることができるからである。同様に，制約 (IRL) もまた拘束的になる。拘束的でなければ，制約 (IRL) が実際に拘束的になるまで，売り手は T_L を高めることができるからである。この手続きは最大値を改善する一方で，制約 (ICH) を実際に緩和する（制約 (ICL) にとって，T_L が大きくなることは問題になり得るので，(ICL) を外すことが問題になるのはここである）。

第 5 段階（2 つの拘束的な制約を利用して，最大値から T_L と T_H を消去する）

制約なしの最適化を行い，(ICL) が実際に満足されていることを確認しよう。問題 (1.22) の目的関数に等号で成立している (ICH) (IRL) から求めた T_L と T_H の値を代入して，制約なしの最適化問題

(1.23)

$$\max_{q_L,\, q_H} \beta[\theta_L v(q_L) - cq_L] + (1-\beta)[\theta_H v(q_H) - cq_H - (\theta_H - \theta_L)v(q_L)]$$

を得る。(1.23) の目的関数の第 1 項の角カッコ内は，タイプ θ_L の購入により生み出される全余剰を表すが，タイプ θ_L の準地代は 0 であるので，売り手がそれを全て独り占めしている。他方，第 2 項の角カッコ内は，タイプ θ_H の購入により生み出される全余剰からタイプ θ_H の情報準地代 $(\theta_H - \theta_L)v(q_L)$ を差し引いたものを表す。控除される情報準地代は，タイプ θ_H は他のタイプの行動を模倣することができるという事実に由来する。q_L が大きくなるに連れて，この情報準地代は増加する。

緩和された問題 (1.23) が解を持つとすれば，1 階の条件

(1.24) $$\theta_H v'(q_H^*) = c$$

(1.25) $$\theta_L v'(q_L^*) = \frac{c}{1 - \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)\left(\frac{\theta_H - \theta_L}{\theta_L}\right)} > c$$

が一意な内部解 (q_L^*, q_H^*) を特徴付ける[7)]。

この内部解は，$q_L^* < q_H^*$ を意味する。このとき，

(ICH) $$\theta_H v(q_H^*) - T_H^* = \theta_H v(q_L^*) - T_L^*$$

7) もし (1.25) の右辺の分母が正でないならば，タイプ θ_L の最適消費は $q_L^* = 0$ となる。タイプ θ_H の最適消費 q_H^* は引き続き，1 階の条件 (1.24) によって決定される。

は，$\theta_L < \theta_H$, $q_L^* < q_H^*$ と共に，

(ICL) $$\theta_L v(q_H^*) - T_H^* \leq \theta_L v(q_L^*) - T_L^*$$

を意味するから，(ICH) が拘束的であることが与えられると，最適解 $\{(q_i^*, T_i^*) : i = L, H\}$ は外した制約を実際には満足することが確認できる。

以上の分析から，2つの基礎的結論が導かれる。

(i)　タイプ θ_H の次善の最適消費は最善の最適消費 $\tilde{q}_H$ と同じであるが，タイプ θ_L のそれは最善の最適消費 $\tilde{q}_L$ より低い。つまり，次善の解では，2つのタイプの一方の消費だけが歪められる。

(ii)　タイプ θ_L の買い手は0という余剰を獲得するのに対して，タイプ θ_H は厳密に正の情報準地代を獲得する。

これらの結論は互いに密接に関係している。すなわち，タイプ θ_L の消費が歪められることは，売り手がタイプ θ_H の情報準地代を引き下げようと試みる結果である。タイプ θ_H の買い手はタイプ θ_L の買い手より熱心に消費しようとするので，売り手はタイプ θ_L に提供する消費を削減することを通じて，タイプ θ_H のタイプ θ_L を模倣する誘因を小さくすることができる。このようにして，売り手はタイプ θ_H の情報準地代を削減する（あるいは同値であるが，タイプ θ_H により高い価格を課す）ことができる。q_i^* に関する1階の条件に注目すると，$\tilde{q}_L - q_L^*$ はタイプ θ_H の情報準地代の潜在的規模 $(\theta_H - \theta_L)$ に関して増加的であるが，β に関して減少的であることが分かる。十分大きな β と $(\theta_H - \theta_L)$ に対して，分母は負になる。その場合には売り手は制約 $q_L \geq 0$ に抵触する。

第2節が示すように，最善に比べて低い非効率的な消費（ただし，最も高いタイプについては除く。「最上位での効率性」は維持されることになる）と，買い手は（最下位を除き）正の情報準地代を享受するという結論は，3つ以上のタイプがある場合にも成立する。

2．　枠組みの拡張

本節では，買い手のタイプが３つ以上ある状況への枠組みを拡張すること (Maskin and Riley (1984)) と，契約が決定論的ではなく確率的である場合を検討する。

2.1　３つ以上のタイプの場合

ここで，少なくとも３つの異なるタイプの買い手が存在すると想定しよう。一般性を失うことなく，$n \geq 3$ について，

$$\theta_n > \theta_{n-1} > \cdots > \theta_1 \tag{2.1}$$

とする。買い手の効用関数は引き続き (1.2) により与えられるが，β_i は買い手達の母集団におけるタイプ θ_i の割合と解釈する。売り手が申し出る契約を $\{(q_i, T_i) : i = 1, ..., n\}$ と表すと，売り手の問題は顕示原理により，実行可能な全ての契約の中から，問題

$$\max_{q_i, T_i} \sum_{i=1}^{n} (T_i - cq_i)\beta_i \tag{2.2}$$

subject to

$$\theta_i v(q_i) - T_i \geq 0$$

$$\theta_i v(q_i) - T_i \geq \theta_i v(q_j) - T_j \qquad i \neq j$$

を解く $\{(q_i, T_i) : i = 1, ..., n\}$ を選択することと定式化される。

最大化問題 (2.2) には，n 本の個別合理性制約と $n(n-1)$ 本の誘因両立性制約がある。しかし，個別合理性制約については，２タイプの場合と全く同様に，この中でタイプ θ_1（最も低いタイプ）に関わる制約だけが拘束的になる。つまり，

(2.3) $$\theta_i v(q_i) - T_i \geq \theta_i v(q_1) - T_1 \geq \theta_1 v(q_1) - T_1$$

が与えられると，他の $(n-1)$ 本の個別合理性制約は自動的に成立する。

誘因両立性制約の数 $n(n-1)$ は一般に大きくなりがちなので，最大化問題 (2.2) を解くには誘因制約の数を扱い易い数まで減らすことが必要である。幸いなことに，買い手の効用関数が Spence-Mirrlees の単交性条件 (1.21) を満足するなら，誘因制約の数をこのように削減することができる。本稿で想定している効用関数の関数形 (1.2) の下では，単交性条件 (1.21) は満足されることを確認した上で，次の手順で問題 (2.2) を解く。

第 1 段階（単交性条件は誘因両立性制約の局所的単調性と十分性を意味する）

タイプ θ_i と θ_j（ただし $i \neq j$）の間の誘因両立性制約

$$\theta_i v(q_i) - T_i \geq \theta_i v(q_j) - T_j$$

$$\theta_j v(q_j) - T_j \geq \theta_j v(q_i) - T_i$$

を合計して整理すると，

(2.4) $$(\theta_i - \theta_j)[v(q_i) - v(q_j)] \geq 0$$

を得る。ここで $v'(q) \geq 0$ であるから，(2.4) は，$\theta_i > \theta_j$ であれば，常に $q_i \geq q_j$ であることを意味する。すなわち，単交性条件 (1.21) が成立するときは，消費は θ に関して単調増加的である。

誘因両立性制約の数をかなり削減できるのは，単交性条件のお陰である。消費の単調性が適切な誘因制約の数を削減する理由を理解するために，隣り合った 3 つのタイプ $\theta_{i-1} < \theta_i < \theta_{i+1}$ に注目して，局所的下方誘因制約 LDICs=local downward incentive consraints

(2.5) $$\theta_{i+1} v(q_{i+1}) - T_{i+1} \geq \theta_{i+1} v(q_i) - T_i$$

(2.6) $$\theta_i v(q_i) - T_i \geq \theta_i v(q_{i-1}) - T_{i-1}$$

を考えよう。上で見たように，消費の θ に関する単調性が成立するので，$q_i \geq q_{i-1}$ である。よって，制約 (2.6) は，

(2.7) $$\theta_{i+1} v(q_i) - T_i \geq \theta_{i+1} v(q_{i-1}) - T_{i-1}$$

を意味する。これは，タイプ θ_{i+1} と契約 (q_{i-1}, T_{i-1}) に対する誘因制約

(2.8) $$\theta_{i+1} v(q_{i+1}) - T_{i+1} \geq \theta_{i+1} v(q_{i-1}) - T_{i-1}$$

が成立することを意味する。したがって，もし各タイプ θ_i に対して，タイプ θ_{i-1} に関する誘因制約が成立するならば，換言すると，もし局所的下方誘因制約 LDICs が満足されるならば，単調性条件 $q_i \geq q_{i-1}$ が成立する場合には，他の全ての（より低いタイプ θ_i に関する）下方誘因制約もまた成立する。このようにして，局所的下方誘因制約 LDICs の集合と単調性条件 $q_i \geq q_{i-1}$ が成立すれば，q_i より下方の誘因制約は削減可能であることが示された。同様に，（より高いタイプ θ_i に関する）上方の誘因制約の集合についても同じことが成立する。

次の関心は，誘因制約をさらに削減できるかどうかである。

第２段階（消費の単調性と最適において拘束的である局所的下方誘因制約 LDICs）

２つのタイプの分析（第１節）と同様に，局所的下方誘因制約 LDICs と消費の単調性にだけ注目すれば十分である。このとき，最適は全ての局所的下方誘因制約 LDIC は拘束的である。と言うのは，あるタイプ θ_i について，局所的下方誘因制約 LDICs は拘束的ではない，すなわち，

$$\theta_i v(q_i) - T_i > \theta_i v(q_{i-1}) - T_{i-1}$$

と想定すると，売り手は $j \geq i$ に対して全ての T を前の制約が拘束的に

なるように同じ正の大きさだけ引き上げることによって，他の全ての局所的下方誘因制約 LDICs には影響を与えることなく，利潤を増やすことができるからである。

次に，全ての局所的下方誘因 LDICs が拘束的であるという事実は，消費の単調性と共に，全ての局所的上方誘因 LUICs=local upward incentive consraints が満足されることを意味する。$q_{i-1} \leq q_i$ であるから，

$$\theta_i v(q_i) - T_i = \theta_i v(q_{i-1}) - T_{i-1} \tag{2.9}$$

は実際に，

$$\theta_{i-1} v(q_i) - T_i \leq \theta_{i-1} v(q_{i-1}) - T_{i-1} \tag{2.10}$$

を意味する。したがって，単交性条件 (1.21) が成立するとき，単調性条件 $q_{i-1} \leq q_i$ が成立するなら，局所的下方誘因制約 LDICs のみが拘束的であり，よって売り手の問題は，

$$\max_{\{(q_i, T_i)\}} \sum_{i=1}^{n} (T_i - cq_i)\beta_i \tag{2.11}$$

subject to

$$\theta_i v(q_1) - T_1 = 0$$

$$\theta_i v(q_i) - T_i = \theta_i v(q_{i-1}) - T_{i-1} \qquad \text{全ての } i \text{ に対して}$$

$$q_i \geq q_j \qquad \text{ただし，} \theta_i \geq \theta_j$$

と書き換えられる。

第 3 段階（緩和された計画を解く）

ここでも，先ず単調性条件を外した緩和された問題を解き，次にこの緩和された問題の解が単調性条件を満足するかどうかを確認するという手順を考える。

最大化問題 (2.11) の Lagrange 関数

$$\mathcal{L} = \sum_{i=1}^{n} \{[T_i - cq_i]\beta_i + \lambda_i[\theta_i v(q_i) - \theta_i v(q_{i-1}) - T_i + T_{i-1}]\} + \mu[\theta_i v(q_1) - T_1] \tag{2.16}$$

を考えよう。ただし，λ_i はタイプ θ_i に関係する未定乗数，μ はタイプ θ_i の個別合理性制約に関わる未定乗数である。最大化の 1 階の条件は，$1 < i < n$ に対して，

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_i} = \lambda_i \theta_i v'(q_i) - \lambda_{i+1}\theta_{i+1} v'(q_i) - c\beta_i = 0 \tag{2.17}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_i} = \beta_i - \lambda_i + \lambda_{i+1} = 0 \tag{2.18}$$

であり，また $i = n$ に対して，

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial q_n} = \lambda_n \theta_n v'(q_n) - c\beta_n = 0 \tag{2.19}$$

$$\frac{\partial \mathcal{L}}{\partial T_n} = \beta_n - \lambda_n = 0 \tag{2.20}$$

である。(2.20) は，$\beta_n = \lambda_n$ を意味する。よって，$i = n$ に対して，$\theta_n v'(q_n) = c$ が成立する。換言すると，タイプ θ_n の買い手の消費は効率的である。他方，$i < n$ に対しては，$\theta_i v'(q_i) > c$ が成立するから，θ_n 以外のタイプの消費は均衡において過小になることが分かる。これらは，2 タイプについて確立された結果の n タイプへの一般化である。最適契約をさらに特徴付けようとするなら，分析の技術的困難さは増すが，タイプの連続体が存在するモデルが便利である。これについては，別の機会に譲りたい。

2.2　確率的な契約

ここ迄，決定論的な契約に限定してきた。もし売り手の最適化計画が凹

であれば，このように限定しても一般性は失われない。しかし，一般的には売り手の直面する制約集合が非凹になるような誘因制約も考えられる。このとき，売り手は買い手に対して確率的な契約を申し出ることにより，厳密に良化できる可能性がある。確率的な契約とは，買い手が固定された配分ではなく，籤

(2.21)　　$L(\theta_i) = \{[q(\theta_i, \alpha), T(\theta_i, \alpha)] | A(\theta_i, \alpha) \equiv \theta_i$ が与えられたときの α の確率$\}$

を購入すると考えれば良い。本小節では，買い手のタイプが 2 つである場合に戻り，確率的な契約が決定論的な契約を厳密に支配する簡単な例を検討する。

最適な決定論的な契約を，$\{(q(\theta_i), T(\theta_i)); i = 1, 2\}$ とする。効用関数 (1.2) は，q に関して凹であり，タイプ θ_2 の買い手はタイプ θ_1 の買い手よりも危険回避的であるとする（ただし，$\theta_2 > \theta_1$）。両タイプの買い手は危険回避的であるので，両タイプの買い手は平均が q_i である任意の確率変数 $\tilde{q}_i$ よりも，確実な q_i に対してより多く支払おうとする。とりわけ，$\hat{T}_1$ が固定されている場合に，もしタイプ θ_1 が $(\hat{T}_1, \tilde{q}_1)$ と $(\hat{T}_1, q_1)$ の間で無差別であれば，$\hat{T}_1 < T_1$ でなければならない。換言すると，確率的契約を導入することにより，売り手はタイプ θ_1 について損失を出すことが確実になり，したがってこの導入が売り手にとり有益になり得るのは，売り手がタイプ θ_2 により高い価格を付けることができる場合に限られる。

仮定により，タイプ θ_2 はタイプ θ_1 より危険回避的であり，よってタイプ θ_2 は $(\hat{T}_1, \tilde{q}_1)$ よりも $(\hat{T}_1, q_1)$ を厳密に選好する。よって，売り手はタイプ θ_2 が $(\hat{T}_1, \tilde{q}_1)$ よりも $(T_2 + \delta, q_2)$ を（弱い意味で）選好するような $\delta > 0$ を見付けることができる。もしタイプ θ_2 がタイプ θ_1 よりも十分に危険回避的であるならば，売り手の δ という利得は，$T_1 - \hat{T}_1$ という損失を上回る。代わりに，もしタイプ θ_2 がタイプ θ_1 程は危険回避的ではな

いならば，確率的契約は最適な決定論的契約を支配しない[8)]。この結果は，適切な誘因制約は下方制約であるという事実に由来する。それゆえに，タイプ θ_2 に確率的配分を申し出ても，タイプ θ_2 は既に留保効用水準にあるので，効率性の損失を招くだけであり，タイプ θ_1 の準地代を取り上げることもないので，売り手にとってタイプ θ_2 に確率的配分を申し出ることは意味がない。

実世界における確率的契約の一例は，エコノミー・クラスの航空券である。ビジネス・クラス航空券に比べて，エコノミー・クラス航空券には多くの制約がついていて，その旅行者にかなりの追加的なリスクを実効的に課している。そのようなリスクを負担することはできないと感じることが多い商用旅行者が，エコノミー・クラスに比べて割高なビジネス・クラスを利用しようとするのは，この制約のためである。

3. まとめ

本稿において検討した隠された情報の下での契約締結問題は，経済理論に大きな影響を及ぼしてきた。ここで得た主要な結果は，以下のように要約される。

(i) 2 タイプの場合について得られた結果の多くは，3 タイプ以上の場合にも成立するので，2 タイプの場合は有用な理論的枠組を提供する。

(ii) 問題を解くにあたっては，逆選択がない緩和された問題から始めることが有用である。プリンシパルはエイジェント達をタイプ毎に取り扱い，タイプ別の契約を申し出ることができるので，そこでは配分上の効率性が達成される。

(iii) しかし，逆選択が存在する場合は，プリンシパルは全てのタイプのエイジェントに同じ契約を申し出なければならない。プリンシパルは同時に，各タイプのエイジェントが自分の気に入る契約を選択すると期待しな

8） Maskin and Riley (1984a) を見よ。

ければならない。一般性を失うことなく，プリンシパルは可能な契約の集合を，少なくとも 1 つのタイプのエイジェントが実際に選択する契約の集合に限定することができる（顕示原理）。この結果として，プリンシパルの計画は，個別合理性制約と各タイプのエイジェントに対する誘因制約を制約とするプリンシパルの期待利得最大化問題に帰着する。

(iv)　2 タイプの場合の非線形価格付け問題では，(1) 低評価タイプの誘因制約と高評価タイプの個別合理性制約は外せることと，(2) 低評価タイプの消費の削減は高評価タイプの情報準地代を低めることが分かる。このとき低評価タイプの配分上の非効率性と高評価タイプに譲られた情報準地代の比較に基づいて，最適契約が決定される。しかし，取引対象が実際に価値がある以上に自分には価値があると偽ろうとする買い手はいないので，高評価タイプに対する配分上の非効率性と低評価タイプに対する情報準地代は存在しない。

参　照　文　献

Dasgupta, P., P. J. Hammond, and E. S. Maskin (1979), “The Implementation of Social Choice Rules: Some General Results on Incentive Compatibility,” *Review of Economic Studies* 46, 185-216.

Gibbard, A., (1973), “Manipulation of Voting Schemes: A General Result,” *Econometrica* 41, 587-601.

Green, J. R., and J. J. Laffont (1977), “Characterization of Satisfactory Mechanisms for the Revelation of Preferences for Public Goods,” *Econometrica* 45, 427-38.

Guesnerie, R., and J. J. Laffont (1984), “A Complete Solution to a Class of Principal-Agent Problems with an Application to the Control of a Self-Managed From,” *Journal of Public Economics* 25, 329-69.

Jullien, B., (2000), “Paricipation Constraints in Adverse Selection Models,” *Journal of Economic Theory* 93, 0-47.

Laffont, J. J., and D. Martimont (2002), *The Theory of Incentives: The Principal-Agent Model,* Princeton University Press.

Mas-Colell, A., M. D. Whinston, and J. Green (1995), *Microeconomic Thoery,* Oxford University Press.

Maskin, R., and J. Riley (1984a), "Monopoly with Incomplete Information," *RAND Journal of Economics* 15, 171-96.

Maskin, R., and J. Riley (1984b), "Optimal Auctions with Risk Adverse Buyers," *Econometrica* 52, 1473-1518.

Mirrlees, J. A., (1971), "An Exploration in the Theory of Optimum Income Taxation," *Review of Economic Studies* 38, 175-208.

Mussa, M., and S. Rosen (1978), "Monopoly and Product Quality," *Journal of Economic Theory* 18, 301-17.

Myerson, R. B., (1979), "Inccentive Compatibilty and the Bargaining Problem," *Econometrica* 79, 61-73.

Rochet, J. C., and L. Stole (2002), "Nonlinear Pricing with Random Participation," *Review of Economic Studies* 69, 277-311.

Salanie, B., (1997), *The Economics of Contract: A Primer,* MIT Press.

Wilson, R. B., (1993), *Nonlinear Pricing,* Oxford University Press.