タイプが変化する場合の動学的逆選択

小　平　　裕

1.　はじめに

本稿は，エイジェントのタイプが毎期，新らたに独立に抽出される場合について，非対称情報の下で双務的契約締結が繰り返される動学的逆選択の問題を取り上げる。この状況では，そのエイジェントの情報準地代を削減する1つの方法として，配分の歪みを異時点間に分配する問題が発生することが指摘される。なお，ひとたび抽出されたエイジェントのタイプが，時間が経過しても固定されたままである場合については，前稿（小平(2018)）で取り上げた。契約締結の機会が複数回になることにより生じる問題とその回避策については前稿で検討したので，ここでは繰り返さない。

エイジェントのタイプが固定された場合に繰り返される逆選択の分析では，私的情報について非対称性が存在する状況において，私的情報を持つ当事者のタイプが固定されているとき，恒久的関係からの利得は全く存在しないことが示された。より正確には，その2人の当事者達が匿名な市場において時間を超えて互いに影響し合うとき，情報を持たない当事者の最大の1期間当たり平均的利得は，契約締結が1回だけであるときよりも高

くなることはない。すなわち，契約締結が複数回繰り返される状況において情報を持たない当事者が望める最善は，最適な静学的契約を繰り返すことに限られる。

対照的に，時間の経過と共にエイジェントのタイプが変化する場合には，情報を持たない当事者には長期的関係から利得を獲得する可能性が生まれる。その理由は，第 1 にエイジェントのタイプが変化するとき，任意の期間に自分のタイプを顕示しても将来の複数の期間における自分の交渉的立場は必ずしも損なわれず，よって当該エイジェントはそうすることを躊躇する必要がないからである。第 2 の理由は，将来の契約締結から共有されるべき取引の利得は，初期の複数期間におけるエイジェントのタイプを選別する追加的な手段を提供するからである。

タイプが変化する場合の逆選択の下での動学的契約締結問題の古典的な例は，時間の上で私的に観察される所得あるいは選好の衝撃を観察するものの，金融契約を利用して最適な異時点間消費分配を選択する個別家計の問題である。本稿では，この論脈において動学的契約締結問題を取り上げて，(i)流動性衝撃が消費と投資に及ぼす効果と，(ii)所得に部分保険を掛けることができる場合に繰り返される所得衝撃が長期的富分布に及ぼす効果という 2 つの基本的問題を解明する。

以下では，最適な長期的契約締結問題の定式化から始めて，次にその状況を(i)契約締結なし（自給自足）を，(ii)競争的証券市場における借入と貸付という基準状況と比較する。最適契約は流動性を制約とする金融仲介機関と家計の間の効率的取り決めと見なすことができるから，この制度的取り決めを競争的証券市場における取引を通じて獲得される均衡結果と比較することにより，制度に基づく金融体制と市場に基づく金融体制 (Allen and Gale (2000)) の相対的な長所と短所を明らかにすることができる。2 つの金融体制の違いは，前者は一層優れた異時点間危険共有あるいは消費円滑化を提供する可能性がある一方で，銀行危機を通じて金融不安定性を創

り出す危険が存在することである。

本稿は，以下の問題を取り上げる。第１は，２期間の計画視野を持つ個人が直面する消費のタイミングの問題 (Diamond and Dybvig (1983))である。すなわち，第１期に消費するのと第２期まで消費を延期するのとどちらが自分にとって望ましいかを第１期に判断するという消費時期を決定する問題であり，ここでは単一の消費衝撃[1)]が想定される。第２の問題の計画視野も２期間であるが，２種類の独立に分布している所得衝撃を検討して，単純な借入契約と保険契約を比較する (Townsend (1982))。ここでは最後に，第３の問題として無限の計画視野を考察する。

2.　銀行業と流動性変換

銀行の主要な機能の１つは流動性変換である。すなわち，最高の収益を伴う投資は，数年後に初めて正の純収益を生み出すような長期計画（例えば，完成までに10数年を要するダム建設計画）のように，仮令社会的に望ましいものであっても，資金調達が困難であることが多い。大抵の個人は資金をそのような長期間，１つの投資計画に固定できないので，社会的有用性にも関わらず，多くの個人はそのような計画への投資を躊躇する。代わって，個々の預金者から資金を集める銀行が，そのような長期計画に資金を供給することになる。このように，銀行は流動性変換サービスを提供することにより，預金者と債務者の間の仲介者として行動し，預金者が投資計画の途中でも貯蓄を引き出すことを可能にして，当該計画の将来収益が実現される前に，銀行は預金者が当該計画の将来収益からの分配を受け取ることを可能にする。預金者が全員同時にそれぞれの預金を引き出すことないという統計的正則性により，銀行は流動性変換サービスを提供できる。

流動性需要と銀行の変換機能は，非対称情報の下での最適契約締結を検

1）　単一の消費衝撃は分析を簡単にする。この仮定により，これまで多くの知見が導かれてきた。

討した Diamond and Dybvig (1983) により最初に分析された。本稿では，Diamond and Dybvig モデルを多少一般化して，2期間の寿命を持つ消費者の連続体から構成されるモデルを考察する。消費者は第1期期首（＝期日0）に1単位の資金を持ち，2種類の計画の一方あるいは両方に投資する。第1は，第1期期末（＝期日1）に粗収益 $r \geq 1$ を受け取る短期計画。短期的投資は，第2期期首（＝期日1）に再投資して，第2期期末（＝期日2）に粗収益 r^2 を受け取るように繰り返すことができる。第2は，第1期期首に1単位の資金を投資し，第2期期末に粗収益 $R > r^2$ を受け取る長期計画。長期計画では投資期間の途中に収益は分配されないが，第1期末に現金化して，L という清算価値 liquidation value を受け取ることも可能である。

消費者の将来の選好（＝タイプ）には，(i)第1期に消費することを選好する気短かなタイプ1と，(ii)もしそうすることが自分にとって価値があるならば，第1期ではなく第2期に消費しようとする気長なタイプ2の2通りがあり，消費者は自分がどちらのタイプであるかを期日0には知らない。消費者の選好は，タイプを条件とする効用関数

$$(2.1) \qquad U(c_1,\ c_2\ ;\ \theta) = \begin{cases} u(c_1 + \eta c_2) & \theta = \theta_1 \\ u(\mu c_1 + c_2) & \theta = \theta_2 \end{cases}$$

により表される。ただし，(i) $\eta < 1$ と $\mu < 1$ はそれぞれ，タイプ1については第2期の消費，タイプ2については第1期の消費による効用損失を表すパラメーターであり，(ii) $u(\cdot)$ は連続微分可能，厳密に増加的な凹関数である[2)]。

2）　Diamond and Dybvig は，効用関数に一層強い仮定

$$-c\frac{u''(c)}{u'(c)} > 1$$

を置く。

消費者は自分のタイプを第1期中に正確に知り，選好に関する不確実性は第1期末（＝期日1）まで解決される。なお，この情報は私的情報に留まる。タイプ1であることの事前確率を $\Pr(\theta=\theta_1)=\gamma$ とすると，期日1に割合 γ で気短かな消費者達と，割合 $(1-\gamma)$ で気長な消費者達が存在することになる。

以上の想定の下で，資源配分問題は選好不確実性から消費者達を守るために，投資の最適な組み合わせと収入共有の最適規則を決定することになり，非対称情報の下の最適契約締結問題として，資源制約と誘因両立性制約の下で，代表的消費者の期日0における期待効用の最大化として定式化される。

消費者のタイプは共有知識であると仮定して，各タイプの消費者について短期計画への投資額 $x\in[0,\ 1]$ を決定する最善問題を解くことから始める。タイプ i の消費者の第 t 期間消費量を c_{it} と表す（ただし，$i=1,\ 2$ かつ $t=1,\ 2$）と，各タイプの選好が与えられたとき，最善な最適消費配分 c_{it}^{*} は，

(2.2) $$c_{12}^{*}=c_{21}^{*}=0$$

を満足する。

投資選択について，もし $r\leq L$ であれば，投資資金は全額を長期計画に一旦投資の上，第1期末（＝期日1）にそのうちの割合

(2.3) $$y=\frac{c_{11}^{*}\gamma}{L}$$

を現金化することが最適である[3)]。他方，もし $r>L$（そして $r^2<R$）であれば，割合

3) Diamond and Dybvig (1983) は $r=L=1$，すなわち消費者の投資資金は全て長期計画に投資されると仮定する。

(2.4) $$x=\frac{c_{11}^{*}\gamma}{r}$$

を短期計画に，残りを長期計画に投資することが最適である。以下では，$r>L$ を仮定して分析を続ける。最後に，最適保険は第 1 期と第 2 期の消費の間の限界代替率と限界変形率の均等，

(2.5) $$ru'(c_{11}^{*})=Ru'(c_{22}^{*})$$

を要求する。

次善の世界においては，最善契約は一般的に実行不可能である。実行可能であるのは，この契約が誘因両立性制約

(2.6) $$\begin{aligned}&u(c_{11}^{*})\geq u(\eta c_{22}^{*})\\&u(c_{22}^{*})\geq u(rc_{11}^{*})\end{aligned}$$

を満足する場合に限られる。(2.6) の第 1 式は，気短かな消費者が投資からの高収益を獲得することを狙って気長であることを装っても，利得は増加しないことを意味する。同様に，第 2 式は，気長な消費者が気短かであることを装っても，利得は増加しないことを意味する。両制約の重要な違いは，気長な消費者は第 1 期に自分の資金を銀行から引き出して短期計画に再投資することができるから，気長な消費者が気短かな消費者を装うときには第 1 期に消費する必要はないことである。

(2.7) $$1\geq \eta r$$

である場合に限り，誘因両立性制約 (2.6) は満足される。

(2.7) は常に成立する訳ではない。しかも，(2.7) が仮令成立するとしても，最善契約が常に利用可能とは限らない。例えば，$\eta=0$ であり，したがって (2.6) 第 1 式は常に満足されると仮定しよう。このとき，$c_{22}^{*}\geq rc_{11}^{*}$ である場合に限り，最善契約は (2.6) 第 2 式を満足する。しかし，この仮

定は，(2.5) ではなく

$$(2.8)\qquad ru'(c_{11}^{*})\leq Ru'(c_{22}^{*})$$

が成立することを意味するが，例えば，もし効用関数が逓減的相対的危険回避[4]を示せば，(2.8) は成立しない。このことは，次善の世界においては最善契約が常に実行可能であるとは限らないことを意味する。つまり，次善契約は選好の衝撃に対して不完全な保険しか提供できず，$c_{21}>0$ であるような事後的に非効率な消費配分をもたらす可能性がある。

以上の分析から，いくつかの知見が従う。

(i) 次善配分 $(c_{11}^{SB},\ c_{12}^{SN},\ c_{21}^{SB},\ c_{22}^{SB})$ は，消費者に要求払い預金を提供して，その資金を集めて投資計画に適切に配分する銀行により履行される (Diamond and Dybvig (1983))。ここで，肩付きの SB は次善を意味する。この次善配分は最善配分 c_{it}^{*} と一致することもあるが，この経済では金融仲介は内生的に出現して，銀行による効率的な流動性変換機能を通じて，消費者達は第 1 期に $(c_{11}^{SB},\ c_{12}^{SN})$ あるいは $(c_{21}^{SB},\ c_{22}^{SB})$ を自由に選択することができる。

(ii) 同じ配分は，期日 0 に消費者に株式を発行し，第 1 期末（＝期日 1）に配当

$$(2.9)\qquad \gamma c_{11}^{SB}+(1-\gamma)c_{21}^{SB}$$

を支払う公開企業 publicly traded firm を設立することによっても達成可能である。このとき，気短かな消費者と気長な消費者は第 1 期の証券流通市場において，配当と配当落ち株式を取引する。つまり，消費者が複数のオ

---

4) 実際のところ，不等式 $ru'(c)\leq Ru'(rc)$ は，

$$-c\frac{u''(c)}{u'(c)}\leq -c\frac{u''(c)}{u'(c)}$$

を意味する。$r\geq 1$ であるとき，上式は効用関数 $u(\cdot)$ が逓増的相対危険回避であることを意味する。

ープン型投資信託 mutual fund に投資し，これらの投資信託が複数の公開企業の株式を保有するという仕組みは，流動性を変換する点において銀行と同程度に効率的である。

(iii)　消費者が第 1 期に獲得した資金を再投資できない場合には，次善配分は一般的に厳密に改善されている。この点を理解するためには，誘因制約

$$(2.8)\qquad \begin{aligned} &u(\mu c_{21}^{SB}+c_{22}^{SB})\geq u(\mu c_{11}^{SB}+c_{12}^{SN})\\ &u(\mu c_{11}^{SB}+c_{12}^{SN})\geq u(rc_{21}^{SB}+c_{22}^{SB}) \end{aligned}$$

を比較すれば十分である。再投資という選択肢を選択できない場合には，(2.8) の第 1 式が成立する。第 2 式は再投資が許容される場合に成立し，したがって第 1 式より要求が厳しい。Jacklin (1987)，Diamond (1997)，Allen and Gale (2000) 他が主張するように，銀行に基づく金融制度は，第 1 期における貯蓄の再投資を回避するから，公開企業の株式を保有し流通市場において運用するオープン型投資信託よりも流動性衝撃に対する保険としては優れている。換言すると，取引されない手段を使い保険を提供することが最適である。

(iv)　しかし，Diamond and Dybvig (1983) が強調するように，銀行が提供する最適な要求払い預金契約は，銀行取り付けの原因になる可能性がある。というのは，もしタイプ 2 の消費者全員がタイプ 1 を模倣するとき，銀行には全ての引き出しに応じるのに十分な資金がない可能性があるからである。そのような事象が偶々起きれば，銀行は破綻するし，そのような破綻の期待がタイプ 2 の消費者全員による銀行取り付けの引き金となる。流通市場が取り付け耐性である限り，最適な要求払い預金契約は預金者が第 1 期に自分の貯蓄を短期的投資に再投資することを許容する金融仲介の解を弱い意味で支配する。

3.　2 期間の計画視野と 2 種類の衝撃

本節では，計画視野は 2 期間のままであるが，消費者は第 1 期期首に 1 種類ではなく 2 種類の独立な衝撃に直面すると想定して，危険回避的な消費者と危険中立的な銀行の間の動学的契約締結問題を考察する。消費者の効用関数は，時間分離的であると仮定して第 t 期 $(t=1,\ 2)$ の消費を c_t と表すと，

(3.1) $$u(c_1)+u(c_2)$$

により与えられる。差し当たり，$u(\cdot)$ は厳密に増加的かつ厳密に凹であり，$u'(0)=+\infty$ であると仮定する。[5)]消費者の各期の所得 w は確率的な衝撃を受けて変化するが，第 1 期，第 2 期に独立同分布しており，確率 p で $w=1$，確率 $(1-p)$ で $w=0$ という値を取る。銀行は十分な富を持っており，消費者が望むだけの資金を貸し付けることができる。簡単化のために，均衡利子率を 0 とする。

この枠組みにおいて，最適契約は賦存量条件付き移転 $\{b_1(w_1)\,;\,b_2(w_1;\,w_2)\}$ として表される。$w^1=(w_1)$ かつ $w^2=(w_1;\,w_2)$ としよう。このとき，最善問題は制約付き最大化問題

(3.2) $$\max E\Big[u[w_1+b_1(w^1)]+u[w_2+b_2(w^2)]\Big]$$

subject to

(3.3) $$E[b_1(w^1)+b_2(w^2)]\leq 0$$

の解として与えられる。ただし，(3.3) は個別合理性制約である。ここでは利子率を 0 としているので，(3.3) は銀行から消費者への期待移転は非

5)　具体的な解を得るために，(3.13) で特定の関数形を仮定する。

負でなければならないことを意味する。(3.3) の Lagrange 乗数を λ として (3.2) の Lagrange 関数を求め，$b_t(w^t)$ に関して微分して，1 階の条件

(3.4) $$u'[w_t+b_t(w^t)]=\lambda \qquad t=1,\ 2$$

を得る。(3.4) より，

(3.5) $$w_t+b_t(w^t)=p$$

すなわち，危険回避的消費者の最適消費は一定になることが判る。これは，

(3.6) $$\begin{aligned} b_1(0)&=b_2(w_1;\ 0)=p \\ b_1(1)&=b_2(w_1;\ 1)=p-1 \end{aligned}$$

を意味し，最善契約は消費者に完全保険を与えることと，長期的契約を締結しても利得は増えないことが判る。静学的契約，すなわち短期的契約 $[b(0)=p,\ b(1)=p-1]$ の反復は (3.6) と同じ配分を実現する。

ここで，所得実現 w_t は消費者にとって私的情報であるとしよう。所得 $w_t=1$ を実現する消費者は，自分の賦存量を保有して正の純移転 $b_t(\widehat{w_t})=p$ を受け取るために，偽って $\widehat{w}_t=0$ と主張しようとする。

最善が短期的契約の反復を通じて履行可能でないとすれば，短期的契約の唯一の誘因両立的反復は保険ではないことが判る。これを理解するために，最終期日 $t=2$ から検討し始めよう。消費者には常に高い方の純移転を選択する誘因があるので，純移転の違い $b_2(0)\neq b_2(1)$ があるとすれば，それは誘因両立性制約が満足されていないことを意味する。それゆえに，期日 $t=2$ には保険はあり得ない。後ろ向きに第 1 期に戻ると，第 1 期にも純移転の違いは全く存在し得ないことが観察される。しかし，所得衝撃が私的に観察されるとき，この観察は保険の余地が全く存在しないことを意味する訳ではなく，消費者と銀行が長期的契約を締結できるときには，何らかの保険が可能である。

Townsend (1982) は，利子率が 0 である場合の単純な借入契約

(3.7) $$b_2(w_1;\, w_2) = -b_1(w_1)$$

を取り上げて，この可能性を示した。そのような契約に直面して，消費者は，生涯期待効用の最大化問題

(3.8) $$\max_{b_1(w_1)} u[w_1 + b_1(w_1)] + E\{u[w_2 - b_1(w_1)]\}$$

の解 $b_1(w_1)$ を選択する。このとき，最適な $b_1(w_1)$ は Euler 方程式

(3.9) $$u'[w_1 + b_1(w_1)] = E\{u'[w_2 - b_1(w_1)]\}$$

を満足する。(3.9) の解は一般的に，消費者が貸借を通じて，第 1 期に部分保険を購入することになる $b_1(1) < 0 < b_1(0)$ である。しかし，消費者は期間を超えて均等化された期待消費よりも，第 1 期により多くを消費する異時点間消費を厳密に選好するという意味で，この保険は異時点間消費円滑化をある程度諦めるという代償を払うことを意味する。

Townsend の分析からは，単純な貸借契約 (3.7) は一般的に次善効率的ではないことも判る。このことは，顕示選好と $u(\cdot)$ の厳密な凹性により，消費者の誘因制約

(3.10) $$\begin{aligned} &u[1 + b_1(1)] + E\{u[w_2 - b_1(1)]\} > u[1 + b_1(0)] + E\{u[w_2 - b_1(0)]\} \\ &u[b_1(0)] + E\{u[w_2 - b_1(0)]\} > u[b_1(1)] + E\{u[w_2 - b_1(1)]\} \end{aligned}$$

が共に厳密な不等式で成立することから理解される。したがって，単純な貸借契約 (3.7) よりも優れた長期的契約が見付かる可能性がある。

次善の長期的契約の特徴付けを考察するために，最初に任意の誘因両立的な長期的契約は，消費者のタイプから独立している第 2 期の純移転を必要とすること，すなわち，

(3.11) $$b_2(w_1;0)=b_2(w_1;1)\equiv b_2(w_1) \qquad w_1=0,\ 1$$

が成立することに注目する。と言うのは，(3.11) が成立しなければ，消費者には第 2 期の所得を偽る誘因があるからである。このことから，次善契約締結問題は以下のように定義される。

(3.12) $$\max_{b_t(w_1)} p\{u[1+b_1(1)]+[pu(1+b_2(1))+(1-p)u(b_2(1))]\} \\ +(1-p)\{u[b_1(0)]+[pu(1+b_2(0))+(1-p)u(b_2(0))]\}$$

subject to

(IC0) $$u\{1+b_1(1)\}+\{pu[1+b_2(1)]+(1-p)u[b_2(1)]\} \\ \geq u\left[b_1(0)\right]+\left\{pu[1+b_2(0)]+(1-p)u\{b_2(0)\}\right\}$$

(IC1) $$u\{b_1(0)\}+\{pu[1+b_2(0)]+(1-p)u[b_2(0)]\} \\ \geq u\left[b_1(1)\right]+\left\{pu[1+b_2(1)]+(1-p)u\{b_2(1)\}\right\}$$

(IR) $$p\left[b_1(1)+b_2(1)\right]+(1-p)\left[b_1(0)+b_2(0)\right]\leq 0$$

なお，制約のうち，(IC1) だけが最適で拘束的である。単純な貸借契約 (3.7) は w_1 の実現を条件として最適であり，第 1 期における所得衝撃に十分な補償を提供しないため，最適な次善契約にはならない。

以下では，最適な次善契約が異時点間消費円滑化を犠牲にして，第 1 期の危険共有をどの程度改善するかを理解するために，Townsend に従い効用関数の関数形を

(3.13) $$u(w)=w-\gamma w^2$$

と特定する。ただし，$\gamma<\dfrac{1}{2}$ である。ここでは，$p=\dfrac{1}{2}$ とし，また所得状態の間の移転は期間毎に相殺される，すなわち

$$b_t(1)+b_t(0)=0 \qquad t=1,\ 2 \tag{3.14}$$

が成立するクラスに契約を限定する。

このクラスの契約は，制約 (IR) を常に満足するが，移転は時間を超えて相殺されるという条件

$$b_1(w_1)+b_2(w_1)=0 \tag{3.15}$$

が外されているので，単純な貸借契約 (3.7) より自由度が高い。しかし，(3.14) を要求するという意味で，このクラスの契約は (3.7) よりも制約的である。このクラスの契約は (3.7) を改善するが，必ずしも次善最適ではない。

結局のところ，2 次関数の効用 (3.13) を想定しても，次善の最適契約の完備な特徴付けはかなり複雑になり，直観的な理解は難しい。ここでは (3.14) を満足するクラスの契約は (3.15) を満足するクラスの契約を支配することを証明する。

$b_2=-\alpha b_1$ とし（ただし，$0\leq\alpha\leq1$ である），状態を超えて相殺し合うと仮定すると，消費者の最適化問題 (3.12) は，

$$\max_{b_1,\ \alpha}\left\{1-b_1-\gamma(1-b_1)^2+\frac{1}{2}\left[1+\alpha b_1-\gamma(1+\alpha b_1)^2+\alpha b_1-\gamma(\alpha b_1)^2\right]\right\} \tag{3.16}$$

$$+\left\{b_1-\gamma(b_1)^2+\frac{1}{2}\left[1-\alpha b_1-\gamma(1-\alpha b_1)^2-\alpha b_1-\gamma(-\alpha b_1)^2\right]\right\}$$

subject to

$$1-b_1-\gamma(1-b_1)^2+\frac{1}{2}\left[1+\alpha b_1-\gamma(1+\alpha b_1)^2+\alpha b_1-\gamma(\alpha b_1)^2\right]$$

$$=1+b_1-\gamma(1+b_1)^2+\frac{1}{2}\left[1-\alpha b_1-\gamma(1-\alpha b_1)^2-\alpha b_1-\gamma(-\alpha b_1)^2\right]$$

と書き換えられる。ただし，制約 (IC0) は拘束的ではないと仮定する。b_1

と α に関する 1 階の条件より，

(3.17) $$\alpha\,\frac{1-2\gamma}{1-\gamma}<1$$

(3.18) $$b_1=\frac{1}{2(1+\alpha^2)}$$

を得る。

代わりに，単純な貸借契約 (3.7) の下では，消費者は最初の所得実現の後に，望むだけの資金を借り入れることができる。第 1 期に不運であった（つまり w_1 が小さかった）消費者の問題は，

(3.19) $$\max_{b_1} b_1-\gamma(b_1)^2+\frac{1}{2}\left[1-b_1-\gamma(1-b_1)^2-b_1-\gamma(-b_1)^2\right]$$

となり，(3.19) の解は $b_1=\frac{1}{4}$ である。一方，第 1 期に幸運であった（w_1 が大きかった）消費者の問題は，

(3.20) $$\max_{b_1} 1-b_1-\gamma(1-b_1)^2+\frac{1}{2}\left[1+b_1-\gamma(1+b_1)^2+b_1-\gamma(b_1)^2\right]$$

となり，(3.20) の解も $b_1=\frac{1}{4}$ である。つまり，効用関数 (3.13) を持つ消費者は自分が不運であった後に借り入れるのと同額を，自分が幸運であった後に貯蓄する。したがって，消費者の行動は条件 (3.14) を満足し，構築により $\alpha=1$ である。これはまた，$b_1=\frac{1}{4}$ である契約の特殊な場合である。ここで，単純な貸借 (3.7) が最適状態に及ばない理由は，単純な貸借 (3.7) は第 1 期の所得衝撃に対して最適未満の保険しか提供しないためである。つまり，$\gamma<\frac{1}{2}$ であるとき，

(3.21) $$\alpha=\frac{1-2\gamma}{1-\gamma}<1$$

であるので，

(3.22) $$\frac{1}{4}<\frac{1}{2(1+\alpha^2)}$$

が成立する。

条件 (3.15) が要求されない場合には，消費の一部は第 2 期の所得実現の高低に関わらず，常により低い第 2 期消費だけではなく，幸運であった第 1 期のより低い消費によって補填されるので，消費者は不運であった所得の実現後に第 1 期により多く消費することになる。しかし，保険は最善であっても次善であっても，第 1 期には部分的である。第 1 期の保険が誘因両立的であるためには，第 2 期に同期の所得実現から独立である補償的移転を必要とする。このような移転は第 2 期消費を不安定にするので，第 1 期の完全保険の魅力は失われる。

要約すると，2 期間モデルの分析は次善の危険共有は単純な貸借 (3.7) の下でよりも多くの異時点間消費の円滑化を犠牲にすることを明らかにして，Diamond and Dybvig の結論を強調する。そして，競争的証券市場における負債請求権の取引を通じる均衡危険共有は一般的に最適ではないことを証明して，異時点間変形率を自由に設定できる金融仲介機関により発行される取引不可能な請求権によって，より良い危険共有が実現可能であることを示す。

4.　無限の寿命を持つエイジェントと次善の危険共有

2 期間モデルから次善保険は部分的でしかないと結論されるので，幸運であった消費者と不運であった消費者に間に所得不平等が内生的に出現することも判明する。ここから，時点の数が $t=3$ 以上に増すにつれて，次善の危険共有の下で所得分布がどのように展開するかという疑問が提起さ

れる。本節では Townsend (1982) の契約締結問題を無限計画視野の枠組みに拡張して，この疑問を検討する。

2 期間モデルの分析で明らかにされたように，一般的な凹効用関数 $u(\cdot)$ を想定して最適契約の明確な特徴付けを行うことは困難である。計画視野を無限へ拡大すると，この困難さは一層増す。以下の分析は，エイジェントの効用関数を扱い易い関数形に特定して，相対的危険回避一定 constant absolute risk averse の効用関数（以下，CARA 効用関数）

$$(4.1) \qquad u(c) = -e^{-rc}$$

に限定する。[6)]

再び，危険中立的な金融仲介機関と危険回避的な消費者を想定して，両者の割引因子 $\delta \in (0,\ 1)$ は共通であるとする。前節までの 2 期間モデルと同様に，消費者の所得は独立同分布の 2 項過程により与えられ，任意の期間の所得は確率 p で $w=1$，確率 $(1-p)$ で $w=0$ であるとする。消費者は危険中立的な銀行と長期的契約を締結することができる。もし所得が観察可能であれば，銀行は消費者に p という一定の消費フローを提供し，残りの危険を全て引き受けることが可能である。よって，消費者にとって可能な最善の消費フローの効用水準は $u(p) = -e^{-rp}$ により与えられ，この定常的消費フローの割引現在価値は，

$$(4.2) \qquad v_{FB} = -\frac{1}{1-\delta} e^{-rp}$$

となる。ただし，下添えの FB は最善を意味する。消費者にとって最悪の結果は，保険が全く利用できない自給自足である。その場合には，期待

6） Green (1987)，Thomas and Worrall (1990) を見よ。効用関数が $u(c) = \frac{1}{(1-r)}(c^{1-r}-1)$ により与えられる場合の技術的分析については，Atkeson and Lucas (1992) を見よ。

される消費の効用フローは $-[pe^{-r}+(1-p)]$ により与えられ，自給自足の下での確率的な消費の割引現在価値は，

$$v_A=-\frac{1}{1-\delta}[pe^{-r}+(1-p)] \tag{4.3}$$

である。ただし，下添えの A は自給自足を意味する。ここでは，所得は貯蔵不可能な財により与えられると暗黙裡に仮定している。

これ迄の分析から，所得衝撃が私的情報であるとしても，消費者は長期的な誘因両立的保険（あるいは借入）契約を利用して，自分の期待効用フローを改善できることが判っている。期間 $\tau=0$ から $\tau=t$ までの所得の標本経路の集合を $S^t=\{0,\ 1\}^t$ として，時点 t までの所得実現の歴史を $h^t=(w_0;w_1;\dots;w_t)\in S^t$ と表す。このとき，長期的契約は $t=0,\ \dots,\ \infty$ に対する条件付き純移転 $b_t(h^t)$ の点列により与えられる。最適な誘因両立的長期的契約を求めることはとても困難であるが，問題の定常性を利用すれば，簡単な特徴付けを行うことは可能である。

最適契約締結問題を，前節では消費者の対峙する制約付き最大化問題として定式化したが，無限計画視野問題では消費者の個別合理性制約と誘因両立制約の下での銀行の期待収益を最大化するという双対問題として定式化する方が扱い易い。消費者の外部選択肢を v と表すと，消費者の個別合理性制約は

$$E\left[\sum_{t=0}^{\infty}\delta^t\{[ub_t(h^t)+w_t]\}\right]\geq v \tag{4.4}$$

により与えられ，(4.4) は最適で常に拘束的である。

誘因両立制約については，消費者が第 $t-1$ 期までの所得実現の歴史 $\widehat{h}^{t-1}$ を報告しており，期日 t に実現される所得が 1 または 0 であるとき，銀行から消費者への第 t 期の移転をそれぞれ，$b_1(\widehat{h}^{t-1})$ または $b_0(\widehat{h}^{t-1})$ と表そう。消費者の各期の所得は独立同分布しているので，当該契約の時点 t における期待将来割引価値は，実際の歴史 h^t ではなく報告される歴

史に基づく過去の移転に依存する。ここでは所得は貯蔵不可能としているので，消費者が将来に受け取ると期待する移転が重要であり，これらの移転は過去に実現した所得に関する報告された歴史に依存する。したがって，この契約の下の時点 t の消費者の継続価値はそれぞれ，$v_1(\hat{h}^{t-1}) \equiv v[b_1(\hat{h}^{t-1})]$ と $v_0(\hat{h}^{t-1}) \equiv v[b_0(\hat{h}^{t-1})]$ と表され，誘因両立性制約は，全ての $\hat{h}^{t-1} \in S^{t-1}$ と全ての $t \geq 0$ に対して，

$$
\text{(4.5)} \qquad \begin{aligned} & u[b_1(\hat{h}^{t-1})+1]+\delta v_1(\hat{h}^{t-1}) \geq u[b_0(\hat{h}^{t-1})+1]+\delta v_0(\hat{h}^{t-1}) \\ & u[b_0(\hat{h}^{t-1})]+\delta v_0(\hat{h}^{t-1}) \geq u[b_1(\hat{h}^{t-1})]+\delta v_1(\hat{h}^{t-1}) \end{aligned}
$$

により与えられる。7)

無限計画視野における最適契約締結問題の制約条件の検討に続いて，目的関数を記述する。銀行の継続価値は将来の返済の期待現在割引価値

$$
-E\left[\sum_{t=0}^{\infty} \delta^t b_t(h^t)\right]
$$

と定義される。契約締結問題の再帰的構造を利用すると，銀行の価値関数は Bellman 方程式

$$
\text{(4.6)} \qquad C(v) = \min_{\{(b_1,\ v_1),\ (b_0,\ v_0)\}} \{p[b_1+\delta C(v_1)]+(1-p)[b_0+\delta C(v_0)]\}
$$

subject to

$$
\text{(IR)} \qquad p[u(b_1+1)+\delta v_1]+(1-p)[u(b_0)+\delta v_0]=v
$$

$$
\text{(IC1)} \qquad u(b_1+1)+\delta v_1 \geq u(b_0+1)+\delta v_0
$$

$$
\text{(IC0)} \qquad u(b_0)+\delta v_0 \geq u(b_1)+\delta v_1
$$

の解として一意に定まる。

7）(4.5) は前節の (3.12) の (IC0) (IC1) と類似している。

銀行が所得過程を観察できるとき，誘因制約は無視できるから，消費者は，

$$-e^{-e(b_1^{FB}+1)}=-e^{-rb_0^{FB}}=u$$

すなわち

$$1+b_1^{FB}=-\frac{1}{r}\log(-u)=b_0^{FB} \tag{4.7}$$

が成立する純移転 b_0^{FB} と b_1^{FB} を選択することによって，フローの効用水準 u（0 未満）を最小費用で実現する。つまり，銀行が効用水準 $u=(1-\delta)\nu$（0 未満）を保証するためのフロー費用は，

$$\begin{aligned} pb_1^{FB}+(1-p)b_0^{FB}&=-\frac{1}{r}\log(-u)-p \\ &=-\frac{1}{r}[\log(1-\delta)+\log(-v)]\log(-u)-p \end{aligned} \tag{4.8}$$

により与えられる。以上より，銀行の最善割引期待費用 $C^{FB}(v)$ は，

$$C^{FB}(v)\equiv\frac{1}{1-\delta}[pb_1^{FB}+(1-p)b_0^{FB}]=-\left[\frac{\log(1-\delta)+\log(-v)-rp}{(1-\delta)r}\right] \tag{4.9}$$

である。

銀行が所得過程を観察できないときには，銀行は完全保険を与える誘因両立的契約を消費者に提供できない。銀行は同じフロー効用水準 u を維持するために，余計な保険料を支払う必要があるので，銀行が負担する費用は所得過程が観察可能であるときより高くなる。ここで，$u_0\equiv-e^{-rb_0}$ と $u_1\equiv-e^{-rb_1}$ を定義すると，誘因制約 (IC1) と (IC0) は，

$$e^{-r}u_1+\delta v_1\geq e^{-r}u_0+\delta v_0 \tag{IC1'}$$

$$u_0+\delta v_0\geq u_1+\delta v_1 \tag{IC0'}$$

と書き換えられ，(IC0') (IC1') より，

(4.10)　$$u_0-u_1\geq\delta(v_1-v_0)\geq e^{-r}(u_0-u_1)$$

を得る。

ここでも，Townsend (1982) と同様に，最適では

(4.11)　$$u_1<u_0 \quad かつ \quad v_0<v_1$$

が成立すると期待される。すなわち，消費者は不運であるときに純移転を受け取るが，誘因両立性のために継続効用が低くなるという犠牲を払う。したがって，両制約が次善最適で同時に拘束的である可能性は低い。さらに，$b_1^{FB}<b_0^{FB}$ であるので，拘束的である誘因制約は，高所得タイプが低所得タイプを模倣することを阻止する，すなわち

(4.12)　$$e^{-r}(u_1-u_0)=\delta(v_1-v_0)$$

を意味する (IC1) である。

以上より，銀行の最適契約設計問題は，

(4.13)　$$\begin{aligned}C(v)=\min_{\{(u_1,v_1);(u_0,v_0)\}}&\left\{p\left[-\frac{1}{r}\log(-u_1)-1+\delta C(v_1)\right]\right.\\&\left.+(1-p)\left[-\frac{1}{r}\log(-u_0)+\delta C(v_0)\right]\right\}\end{aligned}$$

subject to

$$v=p(e^{-r}u_1+\delta v_1)+(1-p)(u_0+\delta v_0)$$

$$e^{-r}(u_1-u_0)=\delta(v_1-v_0)$$

と表される。

最善費用関数 (4.9) から，次善費用関数 $C(v)$ の関数形は

(4.14)　$$C(v)=k-\frac{\log(-v)}{(1-\delta)r}$$

となると予想される。ただし，k は未知の定数である。実際，Bellman 方

程式 (4.6) に (4.14) を代入して整理すると,

$$(4.15)\qquad C(v)=\min\left\{p\left[-\frac{1}{r}\log(-u_1)-1+\delta\left(k-\frac{\log(-v_1)}{(1-\delta)r}\right)\right]\right.$$
$$\left.+(1-p)\left[-\frac{1}{r}\log(-u_0)-1+\delta\left(k-\frac{\log(-v_0)}{(1-\delta)r}\right)\right]\right\}$$

あるいは,

$$(4.15')\qquad C(v)=\min\left\{\delta k-1-\frac{1}{r}\left[p\left(\log\left(\frac{u_1}{v}\right)+\frac{\delta}{1-\delta}\log\left(\frac{v_1}{v}\right)\right)\right.\right.$$
$$\left.\left.+(1-p)\left(\log\left(\frac{u_0}{v}\right)+\frac{\delta}{1-\delta}\log\left(\frac{v_0}{v}\right)\right)\right]-\frac{\log(-v)}{(1-\delta)r}\right\}$$

を得る。ここで,

$$(4.16)\qquad f(k,\ v,\ v_i,\ u_i)\equiv\delta k-1-\frac{1}{r}\left\{p\left[\log\left(\frac{u_1}{v}\right)+\frac{\delta}{1-\delta}\log\left(\frac{v_1}{v}\right)\right]\right.$$
$$\left.+(1-p)\left[\log\left(\frac{u_0}{v}\right)+\frac{\delta}{1-\delta}\log\left(\frac{v_0}{v}\right)\right]\right\}$$

とすると，Bellman 方程式 (4.6) の解は,

$$(4.17)\qquad C(v)=\min\left\{f(k,\ v,\ v_i,\ u_i)-\frac{\log(-v)}{(1-\delta)r}\right\}$$

により与えられ，要求される関数形 (4.14) になることが示される。

ここで，$C(v)$ は v で測った効用であり，よって比率 $\frac{u_i}{v}$ と $\frac{v_i}{v}$ により表されるので,

$$(4.18)\qquad v_i\equiv a_i v,\qquad u_i\equiv g_i v$$

と置くことによって，銀行の問題 (4.13) を簡単に表すことができる。[8] こ

8） 消費者の効用関数は CARA 型であるので，確実性等価を使い契約の価値を $v(b_i)=u(b_i+\pi)$ と表すことができる（ただし，π は危険プレミアム）。こ

のとき，銀行は，

(4.19)

$$\min_{(a_1,\ g_1):(a_0,\ g_0)} -\frac{1}{r}\left\{p\left[\log g_1+\frac{\delta}{1-\delta}\log a_1\right]+(1-p)\left[\log g_0+\frac{\delta}{1-\delta}\log a_0\right]\right\}$$

subject to

(IC1) $$\delta(a_1-a_0)=-e^{-r}(g_1-g_0)$$

(IR) $$p(e^{-r}g_1+\delta a_1)+(1-p)(g_0+\delta a_0)=r$$

を解く $(a_1\ ;\ g_1\ ;\ a_0\ ;\ g_0)$ を選択する。ただし，効用は全て負であり，したがって a_i と g_i は正であることに注意せよ。

この最小化問題 (4.19) の解は k から独立であり，最適解は

(4.20) $$a_1<a_0 \quad \text{と} \quad g_0<g_1$$

により与えられる。効用は負であるから，これは，$u_1<u_0$ と $v_0<v_1$ を意味する。この解はもう一方の誘因制約 (IC0) も満足する。[9] 2期間モデルと同様に，消費者はこのように異時点間消費円滑化 $(v_0<v_1)$ を犠牲にして，逆の所得衝撃に対する期間内保険 $(u_0>u_1)$ を獲得する。

以上の分析から得られる知見は次の通りである。第1に，$v_1>v_0$ であるので，高い所得衝撃を持つ幸運な消費者と不運な消費者の間の厚生の不平等は，時間は経つにつれて拡大する。第2に，消費者の第 t 期期首の効用 v_{tt} は，殆ど確実に $-\infty$ に収束する (Thomas and Worrall (1990))。この結果は，

のことは，$v_i=\dfrac{a_i}{g_i}u_i$ を意味する。

9）(IC0) は，

$$g_0v+\delta a_0v\geq g_1v+\delta a_1v$$

と書き換えられる。v は負であるので，これは，

$$\delta(a_1-a_0)=(g_1-g_0)$$

と同値であるが，拘束的な誘因制約 (IC1) が与えられたとき，上式は成立する。

$C'(v_t)$ が martingale であること，すなわち

$$E[C'(v_{t+1})]=C'(v_t) \tag{4.21}$$

であることを用いて示される。(4.21) が成立すれば，martingale 収束定理により，$C'(v_t)$ は殆ど確実にある極限に収束する。Thomas and Worrall は，この極限が 0 になること，つまり

$$\lim_{t\to\infty} v_t \to -\infty \tag{4.22}$$

が成立することを示す。v_t の極限が $-\infty$ であることの直観的理由は，将来の v_t は常に極限には一致しないから，有限の極限が生じる確率は 0 であることである。経済的には，自分が負の所得衝撃を持つとき，自分の収入を上回る消費を続け，累積した負債の返済という苦痛を将来に先延ばしする手段として，無限に生き続ける消費者を考えれば良い。消費者が将来を割り引くとき，そのような行動は合理的である。複合効果は $C(v)$ の凸性に由来する。他の条件が等しければ，v_i がより大きく分散している程，誘因両立性を維持するために銀行費用は大きくなる。v の低い値では，$C(v)$ の曲率はより緩やかであるから，v が低ければ低い程，v_1 と v_0 の乖離を維持する費用は低くなり，よって銀行が v_t を低めようとする誘因も小さくなる。次善最適過程 v_t には潜在的制約が 2 つ存在する。第 1 に，負債が累積するにつれて，消費者は債務不履行を選択する可能性が高まる。債務不履行を回避するために，銀行は消費者が累積できる負債総額を制限し，それにより消費者が借入により自分の収入を上回る消費をする能力を制限する。結果として，期間内保険は小さくなり，異時点間消費円滑化は強化されることになる。第 2 に，もし複数の銀行が存在して銀行間競争があり，消費者は取引する銀行を何時でも変更できるならば，銀行は異時点間消費円滑化を犠牲にする程度を制限して，期間内保険を増やそうとする。実際，不運な消費者に一層有利な貯蓄条件を申し出ることによって，v_t

を低めることは行われなくなる。

5. むすび

本稿は，エイジェントのタイプが毎期，新らたに独立に抽出される場合の動学的逆選択の問題を取り上げた。タイプが固定される場合の動学的逆選択モデル（小平 (2018)）の焦点は契約履行を通じて開示される情報であったが，タイプが変化する場合には事情は大きく変わり，期間内危険共有と異時点間消費円滑化の間の二律背反が焦点になる。本稿では，3つの場合を考察した。

第1に，2期間の寿命を持つエイジェントが，第1期に消費するか消費を第2期まで延ばすか第1期期首に決定する単純な2期間モデル (Diamond and Dybvig (1983))。この簡単な流動性衝撃モデルは，銀行業の便益と預金契約の便益だけではなく，独立分布している個々の流動性衝撃を一括する方法として普通株式と社債の契約に関しても用いられた (Jacklin (1987))。Diamond and Dybvig モデルは銀行業と流動性提供に関する研究の出発点となっており，展望については Bhattacharya and Thakor (1993) と Freixas and Rochet (1997) を見よ。

第2に，独立分布している2種類の所得衝撃の例 (Townsend (1982))。エイジェントは自分の純移転受け取りを最も高くする所得実現を常に報告すると考えられるので，静学的設定では保険と異時点間消費円滑化の間に二律背反は生まれない。しかし，2種類の所得衝撃が存在する動学的設定においては，第1期に報告される所得に一定の第2期移転を条件付けることが可能になり，この問題を取り上げることができる。負（正）の第1期所得実現の場合には，エイジェントは最適な正（負）の移転を受け取るが，このことは第2期の負（正）の移転受け取りにつながる。第1期における負（正）の所得衝撃の場合には，エイジェントの第1期限界効用は同エイジェントの第2期の期待限界効用よりも高い（低い）ので，このような移

転は厚生を改善する。一時的な所得衝撃に対する保護は，部分的には単純な貸借によっても可能であるが，最適な長期的契約は単純な貸借を超えて，一層の期間内保険を可能にする（Haubrich and King (1990) も見よ）。

第３に，Townsend モデルの無限計画視野への拡張（Lucas (1992)，Thomas and Warrall (1990)，Atkeson and Lucas (1992)）。２期間モデルと同様に，負の所得衝撃を経験するエイジェントは将来消費を犠牲にして，正の純移転を受け取る。第４節ではこの問題の定常解を求めて，時間が経過するにつれて富の分散は拡大すること，さらに富０に達する確率は１に収束すること (Thomas and Warrall (1990)) を示した。Lucas (1992) はこの予測の妥当性を取り上げる。限定的契約失効の分析については，Kocherlakorta (1996)，Ligon, Thomas, and Warrall (2002) を見よ。

参照文献

Allen, F., and D. Gale (2000), *Comparing Financial Systems*, MIT Press.

Atkeson, A., and R. E. Lucas (1992), "On Efficient Distribution with Private Information," *Review of Economic Studies*, 59: 77-96.

Bhattacharya, S., and A. V. Thakor (1993), "Contemporary Banking Theory," *Journal of Financial Intermediation*, 3: 2-50.

Diamond, D. W., (1997), "Liquidity, Banks, and Markets," *Journal of Political Economy*, 105: 928-56.

Diamond, D., and P. Dybvig (1983), "Bank Runs, Deposit Insurance, and Liquidity," *Journal of Political Economy*, 91: 401-19.

Freixas, X., and J. Rochet (1997), *Microeconomics of Banking*, MIT Press.

Green, E. J., (1987), "Lending and the Smoothing of Uninsurable Income," in E. C. Prescott and N. Wallace eds., *Contractual Arrangements for Intertemporal Trade*, 3-25, University of Minnesota Press.

Haubrich, J. G., and R. G. King (1990), "Banking and Insurance," *Journal of Monetary Economics*, 26: 361-86.

Jacklin, C. J., (1987), "Demand Deposits, Trading Restrictions, and Risk Sharing," in E. C. Prescott and N. Wallace eds., *Contractual Arrangements for Intertemporal Trade*, 26-47, University of Minnesota Press.

Kocherlakorta, N., (1996), "Implications of Efficient Risk Sharing Without Commitment," *Review of Economic Studies*, 63:595-510.

Ligon, E., J. Thomas, and T. Warrall (2002), "Informal Insurance Arrangements in Village Economics," *Review of Economic Studies*, 69:209-44.

Lucas, R., (1992), "On Efficiency and Distribution," *Economic Journal*, 102: 233-47.

Thomas, J., and T. Worrall (1990), "Income Fluctuation and Asymmetric Information: An Example of a Repeated Principal-Agent Problem," *Journal of Economic Theory*, 51: 367-90.

Townsend, R. M., (1982), "Optimal Multiperiod Contracts and the Gain from Enduring Relationships under Private Information," *Journal of Political Economy*, 90: 1166-86.

小平裕 (2018),「タイプが固定される場合の動学的逆選択」, 成城大学『経済研究』221 号 1–21 ページ。